

Lezione sugli accelerometri

Premessa

Suppongo di aver già svolto i seguenti argomenti:

1. caratteristiche statiche e dinamiche degli strumenti (compresa la risposta agli ingressi canonici di sistemi del primo e del secondo ordine)
2. estensimetria
3. potenziometro
4. effetto piezoelettrico

Sommario

Nel corso della presente lezione verranno svolti i seguenti argomenti:

1. cosa misuro e relative applicazioni (sottolineare la misura del moto assoluto nella meccanica)
2. principio di funzionamento e modello matematico
3. caratteristica dinamica degli accelerometri
4. implicazioni della misura dello spostamento relativo, considerazioni sugli accelerometri piezoelettrici
5. considerazioni di montaggio

Cosa misura un accelerometro?

Un accelerometro misura la accelerazione di un corpo riferita ad un sistema assoluto. Da essa è quindi possibile ricavare, tramite integrazioni successive, la velocità e lo spostamento, ovvero in generale il moto di un sistema.

L'importanza della misura del moto assoluto nel campo della meccanica è rilevante. Basti pensare alle numerose applicazioni di tale strumento di misura, alcuni esempi:

1. misure di vibrazione di strutture a scopo di qualifica meccanica, a scopo di diagnostica, ...
chiedi
2. ricostruzione della traiettoria e dell'assetto di un aereo
3. esistono innumerevoli altre applicazioni ...

in definitiva gli accelerometri rappresentano una fetta sostanziale del mercato della sensoristica, e quasi ogni laboratorio che effettua misure ne possiede in dotazione.

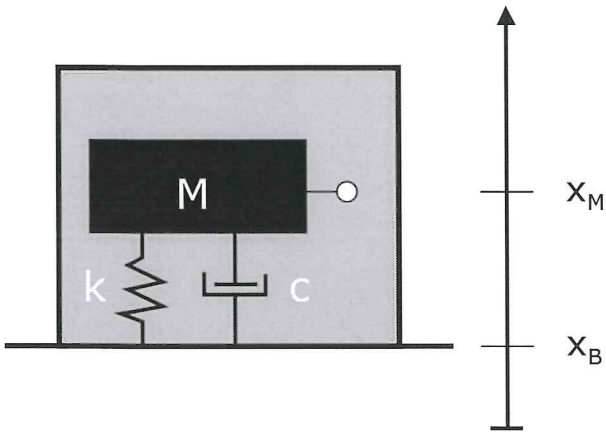
Principio di funzionamento e modello matematico

L'accelerometro ha la capacità di misurare la accelerazione assoluta grazie alla massa inerziale in esso contenuta la quale, come descritto nella legge di Newton, reagisce ad una accelerazione espressa rispetto ad un sistema assoluto mediante una forza nella stessa direzione ma nel verso

opposto alla accelerazione stessa e di intensità proporzionale al valore della massa e dell'accelerazione.

Tale forza di inerzia viene fatta agire su di una molla elastica in parallelo con un elemento smorzante e viene di conseguenza rilevato lo spostamento relativo.

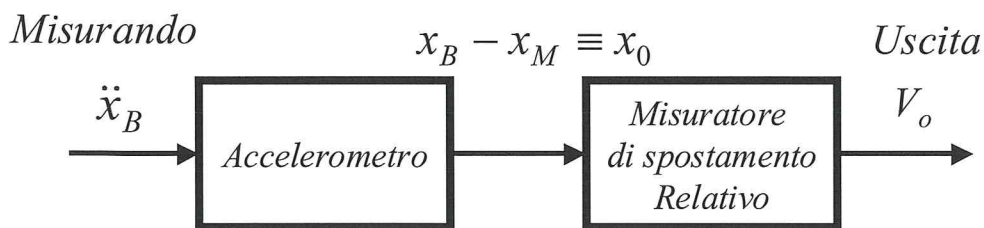
Lo schema di un accelerometro è il seguente:



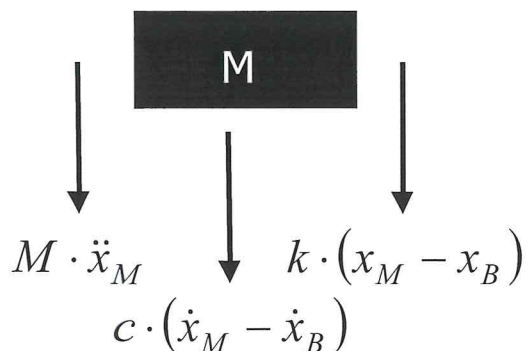
immaginando che una accelerazione costante di segno positivo sia applicata alla base, la massa reagirà mediante la forza di inerzia pari a Md^2x_M/dt^2 e la molla si comprimerà esercitando una forza $k(x_B - x_M)$ eguale ed opposta alla forza di inerzia.

Si avrà pertanto che, rilevando la posizione relativa $x_B - x_M$, essa sarà pari a M/k moltiplicata l'accelerazione imposta alla base dello strumento.

Lo strumento, nel diagramma ingresso-uscita, può essere visto nella seguente maniera:



il modello matematico del primo sistema della serie, può essere ricavato semplicemente applicando la legge di Newton alla massa dello strumento:



dalla legge di Newton:

$$M \cdot \ddot{x}_M + c \cdot (\dot{x}_M - \dot{x}_B) + k \cdot (x_M - x_B) = 0$$

per cui, definendo l'uscita dello strumento:

$$x_0 \equiv x_B - x_M$$

si ottiene l'equazione:

$$M \cdot \ddot{x}_B = M \cdot \ddot{x}_0 + c \cdot \dot{x}_0 + k \cdot x_0$$

Caratteristica dinamica degli accelerometri

la equazione precedente, trasformata secondo Fourier, consente di ottenere

$$\frac{X_0(\omega)}{A_B(\omega)} = \frac{1/\omega_n^2}{1 + 2\xi \frac{i\omega}{\omega_n} + \left(\frac{i\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

in cui è possibile ricavare gli andamenti del modulo e della fase in funzione della pulsazione:

mostro gli andamenti del modulo e della fase in coordinate lineari

è possibile dunque effettuare le seguenti considerazioni:

1. l'entità della banda in frequenza in cui lo strumento è utilizzabile (modulo costante e fase pressoché lineare) è inversamente proporzionale alla sensibilità;
2. il valore di smorzamento (rapporto tra il valore di attrito viscoso reale e quello critico) per avere la massima banda in frequenza utilizzabile vale 0.67, per cui nella costruzione dello strumento particolare attenzione viene posta nella introduzione di un elemento di attrito viscoso di entità opportuna (posso fare l'esempio dell'accelerometro capacitivo a pagina 264);
3. la caratteristica ingresso (accelerazione) uscita (risposta dello strumento che misura lo spostamento relativo)

Implicazioni della misura dello spostamento relativo, considerazioni sugli accelerometri piezoelettrici

Lo spostamento relativo tra la base dello strumento di cui si vuole misurare l'accelerazione e la massa può essere effettuato in diverse maniere. Di seguito le più comuni:

- con potenziometro
- con estensimetri (a semiconduttore)
- a variazione di capacità
- ad effetto piezoelettrico

gli strumenti che impiegano il potenziometro per la misura dello spostamento relativo hanno frequenze naturali pari a pochi centinaia di Hz, mentre quelli che impiegano estensimetri a semiconduttore hanno bande passanti di circa un ordine di grandezza maggiore.

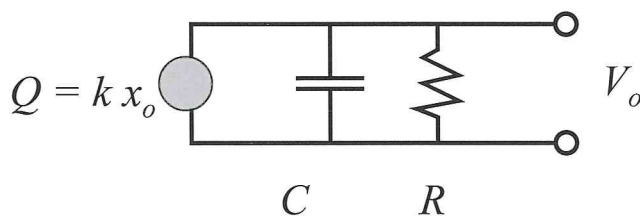
Un effetto che limita il campo di frequenze in cui un accelerometro è impiegabile è, come prima già visto, la corrispondente riduzione della sensibilità. Per ovviare a tale problema e quindi ottenere strumenti capaci di estendere il proprio campo di frequenza sino ad alcune centinaia di migliaia di Hz (misure di accelerazioni in presenza di urti), sono largamente diffusi gli accelerometri piezoelettrici. Si ricordi infatti che l'effetto piezoelettrico fornisce sensibilità molto alte: ad esempio un cristallo di quarzo spesso 2.5 mm ha una sensibilità pari a circa 127 V/(N/mm²).

A fronte della possibilità di diminuire la massa e quindi:

1. incrementare la banda in frequenza
2. diminuire l'effetto di carico sul sistema

esiste una contropartita che consiste nella impossibilità di misurare valori di accelerazione costante.

Per dimostrare quanto appena affermato è possibile schematizzare il trasduttore piezoelettrico di spostamento relativo nella seguente maniera:



nello schema appena riportato sono state schematizzate:

R come il parallelo della resistenza di perdita interna al cristallo con la resistenza di ingresso dell'amplificatore;

C come il parallelo della capacità propria del cristallo, della capacità del cavo e della capacità di ingresso dell'amplificatore.

La relazione dinamica che lega lo spostamento relativo x_o con la tensione in uscita si ricava considerando che, in frequenza, la tensione in uscita V_o è pari al prodotto della corrente prodotta dallo spostamento relativo moltiplicata per l'impedenza della capacità in parallelo con la resistenza.

La corrente prodotta dallo spostamento relativo è pari a:

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = k_Q \cdot \frac{dx_o(t)}{dt} \text{ nel tempo, e quindi in frequenza vale la relazione: } I(\omega) = i\omega \cdot k_Q \cdot X_o(\omega)$$

dunque la tensione in uscita può essere ricavata:

$$V_o(\omega) = i\omega \cdot k_Q \cdot X_o(\omega) \cdot \frac{\frac{1}{i\omega C} R}{\frac{1}{i\omega C} + R} \text{ da cui la funzione di trasferimento:}$$

$$\frac{V_o(\omega)}{X_o(\omega)} = k_Q \frac{i\omega R}{1 + i\omega CR} = \frac{k_Q}{C} \cdot \frac{i\omega CR}{1 + i\omega CR}$$

dunque la funzione di trasferimento che lega lo spostamento relativo all'uscita dello strumento è del primo ordine di tipo passa-alto. La pulsazione di taglio è pari ad $1/CR$ ed il guadagno pari a K_Q/C .

Poiché il sistema che lega l'accelerazione imposta alla base dello strumento con la tensione in uscita è pari alla serie dei due sistemi sin qui analizzati, la funzione di trasferimento globale è pari al prodotto delle due funzioni sin qui ricavate:

$$\frac{V_o(\omega)}{A_B(\omega)} = \frac{k_Q}{C} \cdot \frac{i\omega CR}{1+i\omega CR} \cdot \frac{1/\omega_n^2}{1+2\xi \frac{i\omega}{\omega_n} + \left(\frac{i\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

e quindi la funzione di trasferimento:

mostro gli andamenti del modulo e della fase in coordinate lineari

in cui si nota come il campo di frequenze utili alla misura risulta essere compreso entro un valore minimo ed un valore massimo, ovvero escludendo la continua. Come regola pratica la banda utile dello strumento in termini di pulsazioni è compresa tra: $3/\tau$ e $\omega_n/5$.

Gli ingressi di disturbo per gli accelerometri piezoelettrici sono:

1. l'effetto piroelettrico (per il quale, se τ è molto grande, nella misura vengono a pesare in maniera sostanziale i transitori termici piuttosto che quelli di accelerazione);
2. il rumore (si ricordi che i microfoni possono essere di tipo piezoelettrico);
3. l'accoppiamento meccanico tra l'accelerometro e la superficie che può produrre una flessione della base dello strumento.

L'effetto di carico od inserzione che un accelerometro provoca andando a cambiare la massa modale del sistema sotto analisi, può essere ridotto riducendo la massa stessa dello strumento. Esistono attualmente accelerometri piezoelettrici dal diametro di 3 mm per una altezza comparabile.

Considerazioni di montaggio

Gli accelerometri possono essere montati sulla struttura sotto test nella seguenti maniere:

1. avvitati con l'aggiunta di una piccola quantità di olio molto viscoso;
2. incollati (su adesivo in kapton molto sottile);
3. connessi con cera appositamente

l'effetto del montaggio è quello di ridurre la banda in frequenza delle vibrazioni trasmesse dalla struttura sotto analisi all'accelerometro; la soluzione migliore sotto questo punto di vista è la prima, la contropartita è il possibile insorgere del disturbo legato alla flessione della base dell'accelerometro.